Chuyên đề ôn thi THPT quốc gia năm 2018 - 2019

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1 HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Tập xác định của hàm số lượng giác

Câu 1 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\sin x-1}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$.

Câu 2 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1+\cos x}$ là

A. $\{k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $[-1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 3 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\cos x-1}$ là

A. $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\{k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\{\pi+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 4 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 5 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\cos x}$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 6 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\cos^2 x}$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus(-1;1)$.

Câu 7 Tập xác định của hàm số $\frac{1}{\sqrt{1+\cos 4x}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{4} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 8 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{3-\cos x}{\sin x+1}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $x\le 3$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 9 Tập xác định của hàm số $y=\frac{2}{1+\cos x}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{\pi+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{\pi\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-\pi+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 10 Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sin x-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11 Tập xác định của hàm số $y=\tan 2x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12 Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0;\pi\}$.

Câu 13 Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\tan x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0;\frac{\pi}{2};\pi;\frac{3\pi}{2}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 14 Tập xác định của hàm số $y=\tan x+\cot x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\pi+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15 Tập xác định của hàm số $y=\cot x+\frac{1}{\cos x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{3} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{5} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{7} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 16 Tìm điều kiện của x để hàm số $y=\sqrt{-\cos x}$ có nghĩa.

A. $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$. **B.** $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi\le x\le\frac{3\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi$.

Câu 17 Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{|\sin x-\cos x|}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}^*$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 18 Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{4}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 19 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt[3]{\sin 2x-\tan x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 20 Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\tan x-\sqrt{3}}$ là

A. $\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{x\ge\frac{\pi}{3}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{k\pi\le x\le\frac{\pi}{3}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\le x<\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 21 Tập xác định của hàm số $y=\cos\left(\cot\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2\pi}{3}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2\pi}{3}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22 Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sin^4 x-\cos^4 x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{4} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 23 Tập xác định của hàm số $y=\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 24 Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5\pi}{12}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 25 Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sin x}{\cos^2 x+\cos x-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1;-2\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 26 Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sin x+\sqrt{3}\cos x-2}{\sin x-\cos x-\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{3\pi}{4}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2\pi}{3}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{2\pi}{3}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27 Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x-1}{\sin x-\cos x+3}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 28 Hàm số nào sau đây **không phải** là hàm số lượng giác (biến x)?

A. $y=\sin^2 x+1$. **B.** $y=x^2\sin\dfrac{\pi}{5}-x\sin^2\dfrac{\pi}{5}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\tan^2 x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{\cos x}$.

Câu 29 Hàm số nào sau đây **không phải** là hàm số lượng giác (biến x)?

A. $y=\sin 1-x$. **B.** $y=\sin x-1$. **C.** $y=x\sin x-1$. **D.** $y=x+\sin x$.

2. Tính chẵn - lẻ của hàm số lượng giác

Câu 1 Hàm số nào là hàm số chẵn trong các hàm số sau?

A. $y=\cos x\sqrt[3]{\tan x}$. **B.** $y=|\sin x|\tan x$. **C.** $y=\cos x+x\sin x$. **D.** $y=\dfrac{\tan x}{2+\cos x}$.

Câu 2 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\cos x+\sin^2 x$. **B.** $y=\sin x+\cos x$. **C.** $y=-\cos x$. **D.** $y=\sin x\cos 3x$.

Câu 3 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x-\sin x$. **C.** $y=\cos x+\sin^2 x$. **D.** $y=\sin x\cos x$.

Câu 4 Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=4\sin x\tan 2x$. **B.** $y=3\sin x+\cos x$. **C.** $y=2\sin x+3$. **D.** $y=\tan x-\sin x$.

Câu 5 Hàm số $y=\tan x+2\sin x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 6 Hàm số $y=\sin x\cos^3 x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 7 Hàm số $y=\sin x+3\cos x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 8 Hàm số nào trong các hàm số sau là hàm số chẵn?

A. $y=4\sin x\tan 2x$. **B.** $y=3\sin x+\cos x$. **C.** $y=2\sin 2x+3$. **D.** $y=\tan x-\sin x$.

Câu 9 Hàm số $y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 10 Hàm số $y=\tan x-2\sin x$ là

A. Hàm số lẻ. **B.** Hàm số chẵn. **C.** Hàm số không lẻ. **D.** Hàm số không chẵn.

Câu 11 Hàm số $y=\sin x\cos^3 x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn. **C.** hàm số không chẵn. **D.** hàm số không lẻ.

Câu 12 Hàm số $y=\sin x+3\cos x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn. **D.** hàm số không chẵn và không lẻ.

Câu 13 Hàm số $y=\sin|x|-\cos x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 14 Hàm số $y=\tan x+\cot x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 15 Hàm số $y=2\cos x+3\sin x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 16 Hàm số $y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 17 Hàm số $y=\sin x\sin 3x$ là

A. hàm số lẻ **B.** hàm số chẵn
C. hàm số không chẵn và không lẻ **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ

Câu 18 Hàm số $y=\tan x+\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 19 Hàm số $y=\sin^6 x+\cos^6 x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 20 Hàm số $y=\cot x-\sin 2x$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn.
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 21 Hàm số $y=\sin x-\dfrac{2}{\sin x}$ là

A. hàm số lẻ. **B.** hàm số chẵn
C. hàm số không chẵn và không lẻ. **D.** hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 22 Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y=|\sin x|$. **B.** $y=\tan|x|$. **C.** $y=\sin 2x+1$. **D.** $y=\sin^5 x+\sin 5x$.

Câu 23 Hàm số nào sau đây **không phải** là hàm số chẵn?

A. $y=\sin|x|\cos 7x$. **B.** $y=2\cos x-\tan^2 x$. **C.** $y=\cos x+\dfrac{1}{\sin x-1}$. **D.** $y=|\cos x|$.

3 Tính tuần hoàn của hàm số lượng giác

Câu 1 Hàm số $y=3\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ tuần hoàn với chu kì là

A. 2π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 2 Hàm số $y=\tan 5x$ tuần hoàn với chu kì là

A. π. **B.** $\dfrac{2\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{\pi}{5}$. **D.** 2π.

Câu 3 Hàm số $y=\tan^2 x$ tuần hoàn với chu kì là

A. π^2. **B.** $\sqrt{\pi}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 4 Hàm số $y=\sin^2\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kì là

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** π. **D.** π^2.

Câu 5 Hàm số $y=\cos 3x-\sin 3x$ tuần hoàn với chu kì là

A. 2π. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** 3π. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 6 Hàm số $y=\cos^3 x$ tuần hoàn với chu kì là

A. π. **B.** π^3. **C.** 2π. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 7 Hàm số $y=\sin^3 x-\cos^3 x$ tuần hoàn với chu kì là

A. $\dfrac{\pi}{3}$. **B.** π^3. **C.** 3π. **D.** 2π.

Câu 8 Hàm số $y=\sin^4 x+\cos^4 x$ tuần hoàn với chu kì là

A. $\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\sqrt[4]{\pi}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** 2π.

Câu 9 Hàm số $y=\sqrt{\cos 2x-\cos x}$ tuần hoàn với chu kì là

A. π. **B.** $\sqrt{2\pi}$. **C.** $\sqrt{\pi}$. **D.** 2π.

Câu 10 Hàm số $y=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ tuần hoàn với chu kì là

A. π. **B.** $\dfrac{1}{\pi}$. **C.** 2π. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 11 Hàm số $y=\dfrac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x-2\sin^2 x}$ tuần hoàn với chu kì là

A. 2π. **B.** $4\pi^2$. **C.** π. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 12 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y=2x+3\sin x$. **B.** $y=\sin x+\cos x+x$. **C.** $y=\sin^2 x$. **D.** $y=x\sin^2 x$.

Câu 13 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x\cos^2 x$. **B.** $y = \cos^2 x$. **C.** $y = x^2 - \cos^2 x$. **D.** $y = x^2$.

Câu 14 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \sin^2 x$ là

A. π. **B.** 2π. **C.** π^2. **D.** 4π.

Câu 15 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \sin 2x + \cos 3x$ là

A. π. **B.** 3π. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** 2π.

Câu 16 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \cot x + \cot\frac{x}{2} + \cot\frac{x}{3}$ là

A. π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** 6π.

Câu 17 Nếu hàm số $y = \cos \pi x + \tan\frac{x}{\pi}$ tuần hoàn thì hãy chỉ ra chu kì T của nó.

A. $T = \pi$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = \pi^2$. **D.** Hàm số không tuần hoàn.

Câu 18 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \sin 2x$ là

A. 3π. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 19 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = |\sin x|$ là

A. 4π. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 3π.

Câu 20 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = 3\sin 2x - \sqrt{2}$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = x^2$. **D.** $y = 3\sin x - x$.

Câu 21 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x - x$. **B.** $y = -2\cos 3x + 1$. **C.** $y = x\sin 3x$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 22 Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x\cos x$. **B.** $y = x\tan x$. **C.** $y = -\sqrt{2}\tan x + 1$. **D.** $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 23 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \cos\frac{x}{3}$ là

A. 6π. **B.** 3π. **C.** 2π. **D.** $k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 24 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \sin x + \cos x$ là

A. $k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** 2π. **C.** π. **D.** 4π.

Câu 25 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = \sin\frac{x}{2} + \cos x$ là

A. 6π. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 0.

Câu 26 Chu kì của hàm số tuần hoàn $y = -\sqrt{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ là

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** 4π.

Câu 27 Hàm số $y = \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right|$ tuần hoàn với chu kì là

A. 2π. **B.** π. **C.** 4π. **D.** 3π.

Câu 28 Hàm số $y = \cos^2 x$ tuần hoàn với chu kì

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** π.

Câu 29 Hàm số $y = \sin\frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kì

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** π.

Câu 30 Hàm số $y = \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kì

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** π.

Câu 31 Hàm số $y = \cos x\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ tuần hoàn với chu kì

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** π.

Câu 32 Hàm số $y = \sin^2 x + 3$ tuần hoàn với chu kì là

A. π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** 4π.

Câu 33 Hàm số nào sau đây **không** tuần hoàn?

A. $y=\sin 5x+3\cos 7x$. **B.** $y=\tan^2 2x+1$. **C.** $y=x^2\cot x+x+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{\cos x}+\dfrac{1}{\sin x}$.

4 Tính đồng biến, nghịch biến và đồ thị của hàm số lượng giác

Câu 1 Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=x^2$.

Câu 2 Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $(\pi;2\pi)$. **C.** $(-\pi;\pi)$. **D.** $(0;\pi)$.

Câu 3 Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-6\pi;-5\pi)$. **B.** $\left(\dfrac{19\pi}{2};10\pi\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{7\pi}{2};-3\pi\right)$. **D.** $\left(7\pi;\dfrac{15\pi}{2}\right)$.

Câu 4 Hàm số $y=\cos x$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(\dfrac{19\pi}{2};10\pi\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{11\pi}{2};7\pi\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{11\pi}{2};-5\pi\right)$.

Câu 5 Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trong đoạn nào trong các đoạn sau

A. $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. **B.** $[\pi;2\pi]$. **C.** $[-\pi;\pi]$. **D.** $[0;\pi]$.

Câu 6 Các khoảng đồng biến của hàm số $y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\left(\dfrac{\pi}{6}+k\pi;\dfrac{2\pi}{3}+k\pi\right)(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left(\dfrac{5\pi}{12}+k\pi;\dfrac{11\pi}{12}+k\pi\right)(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left(-\dfrac{\pi}{3}+k\pi;\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right)(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left(-\dfrac{\pi}{6}+k\pi;\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\right)(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 7 Trong khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, hai hàm số nào sau đây cùng đồng biến?

A. $y=\sin x$ và $y=\cos x$. **B.** $y=\sin x$ và $y=\tan x$. **C.** $y=\sin x$ và $y=\cot x$. **D.** $y=\cos x$ và $y=\cot x$.

Câu 8 Trên đoạn $[0;2\pi]$ hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên những khoảng nào?

A. $(0;\pi)$. **B.** $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$. **D.** $(\pi;2\pi)$.

Câu 9 Điểm nào sau đây nằm trên đồ thị của hàm số $y=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(0;\sqrt{3})$. **C.** $N\left(-\dfrac{\pi}{3};0\right)$. **D.** $P\left(\dfrac{2\pi}{3};\sqrt{3}\right)$.

Câu 10 Đồ thị hàm số $y=\cos x$ nhận được từ đồ thị hàm số $y=\sin x$ qua phép

A. đối xứng qua gốc tọa độ O. **B.** tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}=\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$.

C. tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}=\left(\dfrac{\pi}{2};0\right)$. **D.** tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}=(-\pi;0)$.

Câu 11 Đồ thị hàm số $y=-\cot\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)-1$ nhận được từ đồ thị hàm số $y=\cot x$ qua phép

A. đối xứng qua trục hoành. **B.** đối xứng qua trục tung.

C. tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}=\left(-\dfrac{\pi}{3};-1\right)$. **D.** tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=\left(\dfrac{\pi}{3};-1\right)$.

5 Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác

Câu 1 Tập giá trị của hàm số $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-1;0]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 2 Tập giá trị của hàm số $y=2\sin 2x+3$ là

A. $[0;1]$. **B.** $[2;3]$. **C.** $[-2;3]$. **D.** $[1;5]$.

Câu 3 Tập giá trị của hàm số $y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0]$.

Câu 4 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. 3. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -3.

Câu 5 Hàm số $y=\cos|3x-5|$ có giá trị nhỏ nhất là

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 6 Hàm số $y=\sin|2x-1|$ có giá trị nhỏ nhất là

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 7 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=1-2\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{3\pi}{2}\right)$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8 Tập giá trị của hàm số $y=1-2|\sin 3x|$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $[0;1]$. **C.** $[-1;0]$. **D.** $[-1;3]$.

Câu 9 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin x+\cos x$ là

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 10 Tập giá trị của hàm số $y=\sin x-\cos x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Câu 11 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right]$ là

A. 2. **B.** -1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 12 Hàm số $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ có giá trị lớn nhất là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 13 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\cos x+3\sin x$ lần lượt là

A. 5 và -5. **B.** 5 và -1. **C.** $\sqrt{13}$ và -1. **D.** $\sqrt{13}$ và $-\sqrt{13}$.

Câu 14 Tập giá trị của hàm số $y=3\sin x+4\cos x$ là

A. $[-7;7]$. **B.** $[-3;3]$. **C.** $[-4;4]$. **D.** $[-5;5]$.

Câu 15 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2+\cos x}{\sin x+\cos x-2}$ lần lượt là

A. 1 và -1. **B.** 1 và $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{-5+\sqrt{19}}{2}$ và $\frac{-5-\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\frac{-5+\sqrt{19}}{4}$ và $\frac{-5-\sqrt{19}}{4}$.

Câu 16 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sin x+1}{\cos x+\sin x+2}$ lần lượt là

A. 1 và -1. **B.** 1 và 0. **C.** 2 và 0. **D.** 0 và -1.

Câu 17 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|\sin x|+|\cos x|$ lần lượt là

A. $\sqrt{2}$ và 1. **B.** 2 và 0. **C.** $\sqrt{2}$ và 0. **D.** 2 và 1.

Câu 18 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ là

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\sqrt[4]{8}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 19 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ là

A. $\frac{2}{11}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 20 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sin x+\cos x-1}{\sin x-\cos x+3}$ lần lượt là

A. -1 và 1. **B.** -1 và $\frac{1}{7}$. **C.** $-\frac{1}{7}$ và $\frac{1}{7}$. **D.** $-\frac{1}{7}$ và 1.

Câu 21 Tập giá trị của hàm số $y=\frac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$ là

A. $[-2;1]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $\mathbb{R}\setminus(-2;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 22 Tập giá trị của hàm số $y=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ là

A. $\left[\frac{2}{11};2\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-7;1]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 23 Tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{\sin x+1}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right]$. **C.** $\left[\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 24 Tập giá trị của hàm số $y=\tan x$ trên nửa khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right]$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 25 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\tan x$ trên nửa khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{4}\right]$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 26 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\cos x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 27 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^8 x+\cos^8 x$ là

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 28 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^6 x+\cos^8 x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 29 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^4 x+\cos^7 x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 30 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^4 x+\cos^7 x$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 31 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^{12} x+\cos^{14} x$ là

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 32 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}$ là

A. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\sqrt[4]{8}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33 Tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin^2 x}+\dfrac{1}{\cos^2 x}$ là

A. $[0;1]$. **B.** $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $[4;+\infty)$.

Câu 34 Tập giá trị của hàm số $y=\tan x+\cot x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus(-2;2)$.

Câu 35 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\cos^2 x+2\sin x+2$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 36 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^4 x-4\sin^2 x+5$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 37 Tập giá trị của hàm số $y=\sin^2 x+2\sin x+5$ là

A. $[4;8]$. **B.** $[0;1]$. **C.** $[3;5]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 38 Tập giá trị của hàm số $y=\cos^2 x+\cos x+1$ là

A. $[-3;3]$. **B.** $\left[\dfrac{3}{4};3\right]$. **C.** $[1;4]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 39 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin^2 x+3$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{3}\right]$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 40 Hàm số $y=\dfrac{\sin x+1}{\sin x+\cos x+2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm

A. $x=\dfrac{\pi}{2}$. **B.** 0. **C.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 41 Hàm số $y=\left|\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{2\pi}{3}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}$.

Câu 42 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=3\sin^2 x+4\sin x\cos x-5\cos^2 x+2$ là

A. $1+2\sqrt{5}$. **B.** $1+\sqrt{17}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 1.

Câu 43 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^2 x\cos x+\cos^2 x\sin x$ là

A. $1+\sqrt{5}$. **B.** $1+\sqrt{17}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{17\sqrt{5}}{3}$.

Câu 44 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin x+\sqrt{2-\sin^2 x}$ là

A. $\frac{2}{11}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 45 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{4}{\cos^6 x}-3\tan^6 x$ là

A. 4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 46 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^4 x+\cos^3 x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $0,5$.

Câu 47 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin x+\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)$ là

A. -2. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 48 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\cos^2 x-\sin x$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** $1,25$. **D.** 1.

Câu 49 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos^2 x+\sin x+1$ trên $\mathbb{R}$ lần lượt là

A. 3 và 1. **B.** 1 và -1. **C.** $2,25$ và 0. **D.** $2,25$ và 2.

Câu 50 Tập giá trị của hàm số $y=4\cos 2x-3\sin 2x+6$ là

A. $[3;10]$. **B.** $[6;10]$. **C.** $[-1;13]$. **D.** $[1;11]$.

Câu 51 Khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$ thì hàm số $y=\sin x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$. **B.** $\left[-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **C.** $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 52 Khi x thay đổi trong nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$ thì hàm số $y=\cos x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 53 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3}\right]$ lần lượt là

A. 1 và $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$ và 0.

Câu 54 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$ lần lượt là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\frac{1}{2}$. **B.** 1 và $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$ và $-\frac{1}{2}$.

Câu 55 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{3}\tan x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right]$ lần lượt là

A. $\sqrt{3}$ và $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$ và $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$ và -3. **D.** $\sqrt{3}$ và 1.

Câu 56 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\sin x+\cos 2x\right|-2\sin x$ trên $\mathbb{R}$ lần lượt là

A. 0 và $\sqrt{2}-2$. **B.** $\sqrt{2}$ và $\sqrt{2}-2$. **C.** $2-\sqrt{2}$ và 0. **D.** 4 và -2.

Câu 57 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{3}+\sin^2 x}$ trên $\mathbb{R}$ lần lượt là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$. **B.** $\sqrt{3}$ và $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\frac{2}{2\sqrt{3}+1}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\frac{4}{3+4\sqrt{3}}$.

Câu 58 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{2}-\cos x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{4};\frac{2\pi}{3}\right]$ lần lượt là

A. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ và $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ và $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ và $\frac{2}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{2}$ và $\frac{2}{2\sqrt{2}+1}$.

Câu 59 Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=(3\sin x+4\cos x)(3\cos x-4\sin x)+1$ lần lượt là

A. $\frac{27}{4}$ và $-\frac{23}{4}$. **B.** $\frac{27}{2}$ và $-\frac{23}{2}$. **C.** $\frac{23}{2}$ và $-\frac{27}{2}$. **D.** $\frac{23}{4}$ và $-\frac{27}{4}$.

Câu 60 Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2\cos^2 x+4\sin x\cos x+2}{6-\sin 2x-4\sin^2 x}$ lần lượt là

A. 2 và $-\frac{2}{11}$. **B.** 2 và $\frac{2}{11}$. **C.** $\frac{2}{11}$ và -2. **D.** 1và $\frac{2}{11}$.

Câu 61 Tất cả các giá trị nguyên mà hàm số $y=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x+2\cos x-3}$ có thể nhận là

A. -1 và 0. **B.** 1 và 0. **C.** 2 và 0. **D.** -2 và 0.

Câu 62 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{\sin^2 x+\cos 2x}{\sin 2x+2}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 63 Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 64 Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{m\cos x+1}{\sin x+3}$ (m là tham số thực) bằng 1 khi và chỉ khi

A. $m=\pm\sqrt{2}$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m=\pm 3$.

§2 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

1 Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 1 Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ thuộc đoạn $[\pi;2\pi]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 2 Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$ thuộc đoạn $[0;\pi]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 3 Một nghiệm của phương trình $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 3x=2$ là

A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{8}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 4 Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0$ thuộc khoảng $(\pi;8\pi)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 5 Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+15^o\right)=\sin x$. Khi đó

A. $240^o\in S$. **B.** $290^o\in S$. **C.** $220^o\in S$. **D.** $200^o\in S$.

Câu 6 Xét phương trình $\tan\frac{\pi}{15}\cos x+\sin x=1$. Trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{2};4\pi\right)$, một trong các nghiệm của phương trình là

A. $\frac{7\pi}{2}$. **B.** $\frac{71\pi}{30}$. **C.** $\frac{9\pi}{2}$. **D.** không có nghiệm.

Câu 7 Phương trình $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 8 Phương trình $2\cos 2x+\sqrt{2}=0$ có các nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{8}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{3\pi}{8}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\frac{3\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 9 Phương trình $\tan(3x+1)=1$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{12}-\frac{1}{3}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{12}-\frac{1}{3}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{12}-\frac{1}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{12}-1+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 10 Phương trình $\cot 3x=\sqrt{3}$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{18}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{18}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 11 Phương trình $\sin(2x+1)=-\frac{1}{2}$ với $x\in(0;\pi)$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{1}{2}+\frac{11\pi}{12}$, $x=-\frac{1}{2}+\frac{7\pi}{12}$. **B.** $x=-\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}$.

C. $x=\frac{\pi}{12}$. **D.** $x=-\frac{1}{2}+\frac{\pi}{12}$.

Câu 12 Phương trình $\cos(x^2+1)=0$ có các nghiệm là

A. $x=\pm\sqrt{\pi+k2\pi}\,(k\in\mathbb{N})$. **B.** $x=\pm\sqrt{\frac{\pi}{2}-1+k\pi}\,(k\in\mathbb{N})$. **C.** $x=\pm\sqrt{\frac{\pi}{2}-1+k2\pi}\,(k\in\mathbb{N})$. **D.** $x=\sqrt{\frac{\pi}{2}-1+k\pi}\,(k\in\mathbb{N})$.

Câu 13 Điều kiện cần và đủ để phương trình $\sin^2 x=\frac{3-m}{4}$ (m là tham số thực) có nghiệm là

A. $-1\le m\le 3$. **B.** $-1\le m\le 7$. **C.** $m\le 3$. **D.** $-4\le m\le 3$.

Câu 14 Điều kiện cần và đủ để phương trình $4\cos^2 x=m+3$ (m là tham số thực) có nghiệm là

A. $m\ge -3$. **B.** $-3\le m\le 1$. **C.** $m\le 1$. **D.** $-4\le m\le -2$.

Câu 15 Điều kiện cần và đủ để phương trình $3\sin x+m-1=0$ (m là tham số thực) có nghiệm là

A. $-2\le m\le 1$. **B.** $-2\le m\le 2$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $-1\le m\le 4$.

Câu 16 Điều kiện cần và đủ để phương trình $2m\sin x+1=3m$ (m là tham số thực) có nghiệm là

A. $\frac{1}{5}\le m\le 1$. **B.** $\frac{1}{5}\le m\le \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{5}\le m\le \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}\le m\le 1$.

Câu 17 Hai phương trình nào sau đây là tương đương?

A. $x=0$ và $\tan(\sin x)=0$. **B.** $\cos^2 2x=1$ và $\sin 2x=0$. **C.** $\cos 2x=0$ và $\sin 2x=1$. **D.** $\sin 2x=0$ và $\cos 2x=-1$.

Câu 18 Phương trình $\left|\sin x+\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$ có các nghiệm là

A. $x=k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}+\pi+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 19 Phương trình $\tan^2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=3$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 20 Phương trình $\sin(x^2-4x)=0$ có các nghiệm là

A. $x=2\pm\sqrt{4+k2\pi}\,(k\in\mathbb{N})$. **B.** $x=2\pm\sqrt{4+k\pi}\;(k\in\mathbb{Z},k\ge -1)$.

C. $x=4+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=1\pm\frac{1}{2}\sqrt{4+k\pi}\,(k\in\mathbb{Z},k\ge -1)$.

Câu 21 Phương trình $\sin 3x=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{12}+k\pi;x=\frac{5\pi}{24}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{5\pi}{24}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{12}+k\pi;x=\frac{5\pi}{24}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2};x=\frac{5\pi}{24}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 22 Phương trình $\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin x$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{8}+k2\pi;x=\frac{3\pi}{16}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{8}+k\pi;x=\frac{3\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{8}+k\pi;x=\frac{3\pi}{16}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{\pi}{8}+k\pi;x=\frac{3\pi}{16}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 23 Phương trình $\cos(2x+1)=\cos(x-3)$ có các nghiệm là

A. $x=-4+k\pi;x=\frac{2}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-4+k2\pi;x=\frac{2}{3}+k\pi$.

C. $x=-4+k2\pi;x=\frac{2}{3}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-4+k\pi;x=\frac{2}{3}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 24 Phương trình $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{\pi}{36}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{7\pi}{12}+k\pi;x=\frac{\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{\pi}{36}+k\frac{4\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 25 Phương trình $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos x$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{2};x=\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{24}+k\pi;x=\frac{\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{24}+k\pi;x=\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{2};x=\frac{\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 26 Phương trình $\tan 5x-\tan x=0$ có các nghiệm là

A. $x=k\frac{\pi}{4}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k\frac{\pi}{4}(k\in\mathbb{Z},k\neq 4m+2,m\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 27 Phương trình $\cot\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=-\tan\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 28 Phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{5\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 29 Phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}$ có các nghiệm là

A. $x=k2\pi;x=\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 30 Phương trình $\sqrt{3}\sin x-\cos x=\sqrt{2}$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{5\pi}{12}+k\pi;x=\frac{11\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{11\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{5\pi}{12}+k\pi;x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 31 Phương trình $\cos x-\sin x=\sqrt{2}\sin 2x$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi;x=\frac{\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi;x=\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi;x=\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 32 Phương trình $\cos x-\sqrt{3}\sin x=2\cos 3x$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi;x=-\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi;x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi;x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 33 Phương trình $\sin\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{20}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{5}(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{20}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{20}+k\frac{2\pi}{5}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 34 Phương trình $\tan 3x=\tan x$ có các nghiệm là

A. $x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 35 Phương trình $\cot\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)=\cot 2x$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 36 Phương trình $\cos x=-\frac{1}{2}$ có tất cả mấy nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;4\pi)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 37 Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\tan\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ là

A. $-\frac{7\pi}{12}$. **B.** $-\frac{5\pi}{12}$. **C.** $-\frac{11\pi}{12}$. **D.** $-\frac{\pi}{3}$.

Câu 38 Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $-\frac{\pi}{15}$. **B.** $-\frac{7\pi}{12}$. **C.** $-\frac{\pi}{12}$. **D.** $-\frac{\pi}{6}$.

Câu 39 Tổng các nghiệm trong khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $-\frac{\pi}{2}$. **C.** $-\frac{3\pi}{2}$. **D.** $-\pi$.

Câu 40 Phương trình $\cos(x-\pi)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0$ có tất cả mấy nghiệm thuộc khoảng $(-3\pi;3\pi)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 41 Tổng các nghiệm trên đoạn $[-\pi;\pi]$ của phương trình $\sin x\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8}\cos x=\frac{1}{2}$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $-\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 42 Phương trình $\sin x=m$ (m là tham số thực) có đúng một nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi

A. $-1<m<1$. **B.** $0\le m<1$. **C.** $-1\le m<0$. **D.** $-1\le m<0$ hoặc $m=1$.

Câu 43 Số nghiệm của phương trình thuộc $\frac{\sin 3x}{\cos x+1}=0$ thuộc đoạn $[2\pi;4\pi]$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 44 Phương trình $\sin^2 x-\cos^2 3x=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 45 Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $4\sin^2 2x-1=0$ là

A. 0. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 46 Số nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$ của phương trình $\sin^2 x-\cos^2 3x=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 47 Phương trình $\tan 3x+\tan x=0$ có tập nghiệm là

A. $\{k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\left\{k\frac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{k\frac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z},k\ne 4m+2\right\}$. **D.** $\left\{k\frac{\pi}{4}\,|\,k\in\mathbb{Z},k\ne 4m+2\right\}$.

Câu 48 Tích các nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$ của phương trình $\sin\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)+\cos x=0$ là

A. $\frac{\pi^2}{48}$. **B.** $\frac{\pi^2}{16}$. **C.** $\frac{3\pi^2}{16}$. **D.** $\frac{11\pi^3}{64}$.

Câu 49 Phương trình $1+\cos x=m$ (m là tham số thực) có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

A. $0<m<1$. **B.** $0\le m<1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 50 Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$ là

A. $-\frac{17\pi}{12}$. **B.** $-\frac{13\pi}{12}$. **C.** $-\frac{11\pi}{12}$. **D.** $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 51 Hiệu giữa nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sqrt{3}\cos 2x+\sin 2x=2$ là

A. 0. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 52 Số nghiệm của phương trình $\sin x=\cos 2x$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 53 Tổng các nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$ của phương trình $\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)=\sqrt{2}$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{5\pi}{12}$. **C.** $\frac{\pi}{24}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 54 Số nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ của phương trình $\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}=1$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 55 Số nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$ của phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 56 Phương trình $\cos\left(2x+60^o\right)=\cos x$ có các nghiệm là

A. $x=-20^o+k120^o;x=-60^o+k360^o(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-20^o;x=-60^o$.

C. $x=-20^o+k\frac{2\pi}{3};x=-60^o+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{\pi}{9}+k120^o;x=-\frac{\pi}{3}+k360^o(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 57 Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos x=0$ thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 58 Phương trình $3\tan^2 x-1=0$ có các nghiệm là

A. $x=\pm 30^o+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 59 Phương trình $(2m+1)\cos x+m-1=0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\le -2$ hoặc $m>-\frac{1}{2}$. **B.** $m<-\frac{1}{2}$ hoặc $m\ge 0$. **C.** $m\in[-2;0]\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $m\le -2$ hoặc $m\ge 0$.

Câu 60 Biết nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 3x\cos x-\cos 3x\sin x=\cos 3x$ là $x=-\frac{a\pi}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $(a;b)=1$. Ta có tổng $a+b$ bằng

A. 13. **B.** 3. **C.** 17. **D.** 7.

Câu 61 Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình $\cos 4x+\cos 2x=\sin x-\sin 5x$ là

A. 5π. **B.** 6π. **C.** $\frac{15\pi}{2}$. **D.** $\frac{7\pi}{2}$.

Câu 62 Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cos\pi x^2=\cos\pi\left(x^2-2x\right)$ là

A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Câu 63 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 64 Hai học sinh cùng giải phương trình $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=0$ và nhận được hai đáp án là

(I) $x=\frac{\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3};x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. (II) $x=\frac{\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3};x=-\frac{\pi}{3}-k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

A. Cả (I) và (II) cùng sai. **B.** Chỉ (I) đúng. **C.** Chỉ (II) đúng. **D.** Cả (I) và (II) đúng.

Câu 65 Cho phương trình $2\cos^2 2x+\cos 4x=0$. Xét các đáp án sau:

(I) $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{4}(k\in\mathbb{Z})$. (II) $x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. (III) $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. (IV) $x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{4}(k\in\mathbb{Z})$.

Ta có:

A. Chỉ (I) và (IV) đúng. **B.** Chỉ (I) đúng. **C.** Chỉ (III) đúng. **D.** Tất cả cùng đúng.

Câu 66 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos 2x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 67 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan 2x \tan x = -1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 68 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos^2 2x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 69 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan x$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 70 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 71 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 5x}{\sin x} = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 72 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan x + \cot x = 2\sin 2x$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 73 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cot 2x \tan x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 74 Biết nghiệm của phương trình $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{2\sin 2x - \sqrt{3}} = 0$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là $x = \frac{a\pi}{b}$ với $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$ và $(a;b) = 1$. Ta có tổng $a + b$ bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 17. **D.** 13.

Câu 75 Số nghiệm của phương trình $\tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$ thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 76 Số nghiệm của phương trình $2\cos^2 x - 1 = \cos 3x$ thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 77 Biết nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x + \sin 3x = \sin 2x$ là $x = \frac{a\pi}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $(a;b) = 1$. Ta có tổng $a + b$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 78 Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ là $x = -\frac{a\pi}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $(a;b) = 1$. Ta có tổng $a + b$ bằng

A. 25. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 79 Tổng các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên đoạn $[0;2\pi]$ bằng

A. 0. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 3π.

Câu 80 Tập các nghiệm nguyên của phương trình $\sin(x^2 - 4x) = 0$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{0;2\}$. **C.** $\{0;4\}$. **D.** $\{0;-3\}$.

Câu 81 Tìm các giá trị thực nào của tham số a để hai phương trình $\sin x\cos x + 2\sin x - \cos x - 2 = 0$ và $\cos 2x = a$ tương đương?

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 82 Tìm các giá trị thực nào của tham số m để phương trình $\sin x = 2m - \cos x$ có nghiệm?

A. $-\frac{\sqrt{2}}{4} \le m \le \frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2} \le m \le \frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4} \le m \le \frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{2}$.

Câu 83 Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sin x = \frac{2m+1}{\sqrt{2}}$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

A. $-\frac{1}{2} < m < -\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 0$. **D.** $m \le -\frac{1}{3}$ và $m > 0$.

2 Một số dạng phương trình lượng giác đơn giản

2.1 Phương trình đa thức đối với một hàm số lượng giác

Câu 1 Phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có các nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi \, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\pm\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 2 Phương trình $2\cos^2 x+7\sin x-5=0$ có các nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 3 Phương trình $\cos 2x+3\sin x=2$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi;x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 4 Phương trình $\cos 2x+\cos x+1=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 5 Phương trình $\cos x+\cos\frac{x}{2}+1=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\pi+k2\pi;x=\pm\frac{4\pi}{3}+k4\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 6 Phương trình $\sin 3x+1=2\sin^2 x$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{10}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=-\frac{\pi}{10}+k\frac{\pi}{5}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\frac{\pi}{10}+k\frac{2\pi}{5}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 7 Phương trình $\tan^3 x+\frac{1}{\cos^2 x}-3\cot\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=4$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 8 Phương trình $1+\sin 3x-\sin x=\cos 2x$ có các nghiệm là

A. $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 9 Phương trình $4\sin^3 x+4\sin^2 x=3+3\sin x$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 10 Phương trình $\tan^3 x-\tan x=0$ có các nghiệm là

A. $x=k\pi;x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=k2\pi;x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k\pi;x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=k\pi;x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Bài 11 Phương trình $\tan^3 x+\tan^2 x-3\tan x-3=0$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 12 Phương trình $\cos(x+\pi)=1+\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$ có các nghiệm là

A. $x=\pi+k2\pi;x=\pm\frac{4\pi}{3}+k4\pi(k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\pi+k2\pi;x=\pm\frac{4\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\pi+k\pi; x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pi+k2\pi; x=\pm\frac{4\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 13 Phương trình $5\sin x+3=\cos 2x$ có các nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi; x=-\frac{7\pi}{6}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 14 Phương trình $2\cos 2x+2\cos x-\sqrt{2}=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\pm\frac{3\pi}{4}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 15 Hiệu giữa nghiệm lớn nhất và nghiệm nhỏ nhất trên đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0$ là

A. 0. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{9}$. **D.** 2π.

Câu 16 Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=0$ là

A. $x=\frac{13\pi}{36}+k2\pi; x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{13\pi}{36}+k2\pi; x=-\frac{7\pi}{12}+k\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}; x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}; x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 17 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $4\sin^2 x-4\sin x-3=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 18 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $8\sin^2 x+6\cos x-9=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 19 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 x-(m+1)\cos x+m=0$ (m là tham số thực) trên đường tròn lượng giác là 1 khi và chỉ khi

A. $m=1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m\ge 1$.

Câu 20 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $6\sin^2 4x-\cos 16x-5=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 21 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cot^2 x-\left(2+\sqrt{3}\right)\cot x+2\sqrt{3}=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22 Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $9\cos 2x-12\sin x-11=0$ là

A. $-\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)-2\pi$. **D.** $-2\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 23 Ngiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\cos 2x+8\cos x+3=0$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $2\pi-\arccos\frac{3}{4}$. **D.** $\arccos\frac{3}{4}$.

Câu 24 Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để phương trình $\sin^2 x-2\sin x+m^2=0$ vô nghiệm.

A. $0<m\ne 1$. **B.** $m>1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m>0$.

Câu 25 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\tan^2 x-\frac{1}{\cos x}=m^2-m-1$ có nghiệm.

A. $m\le 0$ và $m\ge 2$. **B.** $|m|\le 1$. **C.** $|m|\ge 1$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 26 Phương trình $\cos 2x+\sin 3x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin x=0$. **B.** $\sin x=\frac{1}{2}$. **C.** $2\sin^2 x=\sin x$. **D.** $2\sin^2 x+\sin x=0$.

Câu 27 Phương trình $m\tan^2 x+2m\tan x+1=0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $0\le m\le 1$. **B.** $0<m\le 1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m<0$ hoặc $m\ge 1$.

Câu 28 Phương trình $\sin^2 x+(m-1)\sin x-m=0$ (m là tham số thực) có nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ khi và chỉ khi

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in[-1;1]$. **C.** $m\in[0;1]$. **D.** $m\in\left[-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$.

Câu 29 Phương trình $\cos^2 x-2\cos x+1+m=0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in[0;4]$. **C.** $m\in[-1;1]$. **D.** $m\in\varnothing$.

2.2 Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ *và* $\cos x$

Câu 1 Phương trình $\sqrt{2}\cos 2x-\sqrt{6}\sin 2x=-2$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{5\pi}{24}+k2\pi;x=\frac{11\pi}{24}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{5\pi}{24}+k\pi;x=\frac{11\pi}{24}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{5\pi}{24}+k\pi;x=\frac{11\pi}{24}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{5\pi}{24}+k2\pi;x=\frac{11\pi}{24}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 2 Phương trình $3\sin x+4\cos x=4$ có các nghiệm là

A. $x=k2\pi;x=2\arctan\frac{3}{4}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k\pi;x=2\arctan\frac{3}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi;x=2\arctan\frac{3}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi;x=2\arctan\frac{3}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 3 Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(m+3)\sin x+(2m-4)\cos x=m+5$ vô nghiệm.

A. $m\le 0$ và $m\ge 5$. **B.** $0<m<5$. **C.** $|m|<5$. **D.** $m>0$.

Câu 4 Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(2m-1)\sin 3x+m\cos 3x=3m-1$ có nghiệm.

A. $m\le 0$ và $m\ge\frac{1}{2}$. **B.** $m<0$ và $m>\frac{1}{2}$. **C.** $0\le m\le\frac{1}{2}$. **D.** $0<m<\frac{1}{2}$.

Câu 5 Phương trình $m\sin x+3\cos x=2m$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $-3\le m\le 3$. **B.** $m\le\sqrt{3}$. **C.** $-\sqrt{3}\le m\le\sqrt{3}$. **D.** $m\le-\sqrt{3}$ hoặc $m\ge\sqrt{3}$.

Câu 6 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $3\sin x+4\cos x=-5$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin x+\left(\sqrt{3}-2\right)\cos x=1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos x-\sqrt{2}\sin x+1=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9 Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;\pi]$ của phương trình $\sqrt{2}\sin x-\sqrt{6}\cos x+\sqrt{6}=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10 Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)\sin x-2m\cos x+2m-1=0$ có nghiệm là

A. $[-6;0]$. **B.** $\mathbb{R}\setminus(-1;1)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus(-6;0)$. **D.** $[-6;6]$.

Câu 11 Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $2\sqrt{3}\cos^2\frac{5x}{2}+\sin 5x=1+\sqrt{3}$ là

A. $\frac{3\pi}{5}$. **B.** $\frac{29\pi}{30}$. **C.** $\frac{5\pi}{6}$. **D.** $\frac{23\pi}{30}$.

Câu 12 Phương trình $m\sin x+(m+1)\cos x=2m+1$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\le-1$ hoặc $m\ge 0$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m\le 1$.

2.3 Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ *và* $\cos x$

Câu 1 Phương trình $\sin^2 x-5\sin x\cos x-6\cos^2 x=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\arctan 6+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi;x=\arctan 6+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi;x=\arctan 6+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\arctan 6+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 2 Phương trình $\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x=1$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 3 Trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin^2 4x+3\sin 4x\cos 4x-4\cos^2 4x=0$ có

A. 1 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

Câu 4 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)\cos x+(m+1)\sin x=2m$ có nghiệm.

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $1-\sqrt{2}<m<1+\sqrt{2}$. **C.** $1-\sqrt{2}\le m\le 1+\sqrt{2}$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 5 Phương trình $4\sin^2 x+6\sqrt{3}\sin x\cos x-2\cos^2 x=4$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\frac{\pi}{3}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\frac{\pi}{6}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\frac{\pi}{3}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 6 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x+2\sin^2 x=m$ vô nghiệm.

A. $1<m<5$. **B.** $m<1$ và $m>5$. **C.** $m<1$ và $m>3$. **D.** $m<-1$ và $m>3$.

Câu 7 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sin^2 x+2m\sin x\cos x-1=0$ có nghiệm.

A. $-1-\sqrt{5}\le m\le -1+\sqrt{5}$. **B.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\le m\le \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\le m\le \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $m\le \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ và $m\ge \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 8 Phương trình $2\sin^3 x=\cos x$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 9 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin^2 x+3\cos^2 x-8\sin x\cos x+2=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 10 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $6\sin x-2\cos^3 x=\frac{5\sin 4x\cos x}{2\cos 2x}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $2\cos^3 x-3\cos x\sin x+\sin^2 x=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12 Phương trình $m\sin^2 x-m\sin x\cos x+(m+1)\cos^2 x=0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $-\frac{4}{3}\le m\le 0$. **B.** $-\frac{4}{3}\le m<0$. **C.** $-\frac{4}{3}<m\le 0$. **D.** $-\frac{4}{3}<m<0$.

Câu 13 Phương trình $m\cos^2 x+\sin^2 x+m\sin x\cos x=0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus(0;4)$ **C.** $m\in[0;4]$. **D.** $m\in\varnothing$.

2.4 Phương trình đối xứng đối với $\sin x$ *và* $\cos x$

Câu 1 Số nghiệm của phương trình $5\sin 2x+\sin x+\cos x+6=0$ trong khoảng $(0;\pi)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 2 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin x+\cos x-4\sin x\cos x+4=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 3 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin 2x-2|\sin x-\cos x|+2=0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4 Phương trình $\sin 2x-2m|\sin x-\cos x|-1+3m^2=0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m<-\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $m\ge\sqrt{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}\le m\le\sqrt{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}<m<\sqrt{2}$.

Câu 5 Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;\pi]$ của phương trình $\cos x-\sin x+\sin 2x+1=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\tan x+\cot x=2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $-\frac{\pi}{4}$. **B.** $-\frac{3\pi}{4}$. **C.** $-\frac{5\pi}{4}$. **D.** $-\frac{7\pi}{4}$.

Câu 7 Phương trình $\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{2m}$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\ne 0$. **B.** $m\in(-1;1)\setminus\{0\}$. **C.** $m>0$. **D.** $m<0$.

Câu 8 Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình $|\cos x-\sin x|-\sin x\cos x=1$ là

A. 2π. **B.** 5π. **C.** 4π. **D.** 3π.

2.5 Một số phương trình lượng giác khác

Câu 1 Tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $\sin x\cos 3x-\sin x+2\cos 3x-2=0$ là

A. $\frac{2\pi}{3}$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 0.

Câu 2 Phương trình $\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}(\tan x+\cot x)$ có tập nghiệm là

A. $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\left\{k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 3 Phương trình $2\sin x\cos x=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3};x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{3};x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{3};x=\frac{3\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{4\pi}{3};x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 4 Phương trình $\sin 2x\cos x=\sin 7x\cos 4x$ có các nghiệm là

A. $x=k\frac{2\pi}{5};x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{6}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k\frac{\pi}{5};x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k\frac{\pi}{5};x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{6}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\frac{2\pi}{5};x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 5 Phương trình $\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 3x\cos 2x-\sin 3x\sin 2x$ có các nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{8}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 6 Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin^2 x\tan x+\cos^2 x\cot x+2\sin x\cos x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ là

A. $-\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 7 Tập tất cả các nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $2\sin^5 2x-\sin^3 2x-6\sin^2 2x+3=0$ là

A. $\left\{\frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8};\frac{5\pi}{8};\frac{7\pi}{8};\frac{9\pi}{8}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8};\frac{5\pi}{8};\frac{7\pi}{8};\frac{9\pi}{8};\frac{11\pi}{8}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4};\pi;\frac{5\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4};\pi;\frac{5\pi}{4}\right\}$.

Câu 8 Với phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x=1$ có ba học sinh giải ra ba đáp án là

(I) $x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$; (II) $x=k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$; (III) $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{2}-k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Ta có:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Chỉ (III) đúng. **D.** Tất cả cùng đúng.

Câu 9 Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình $\tan^2 x+2\tan x+\sin 6x+2=0$ là

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** $\frac{5\pi}{2}$. **C.** $\frac{3\pi}{4}$. **D.** $\frac{5\pi}{4}$.

Câu 10 Số nghiệm của phương trình $3+2\cos 2x-\sin x=0$ thuộc đoạn $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11 Số nghiệm dương của phương trình $\cos x=1+x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12 Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin^{10} x+\cos^{11} x=1$ là

A. $-\frac{\pi}{6}$. **B.** $-\frac{\pi}{3}$. **C.** $-\frac{\pi}{2}$. **D.** $-\pi$.

Câu 13 Nếu $(x;y)$ là nghiệm của phương trình $x^2-2x\sin(xy)+1=0$ thì số các giá trị của x là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14 Tổng các nghiệm trong khoảng $(-2\pi;2\pi)$ của phương trình $\sin^2 x+\frac{1}{4}\sin^2 3x=\sin x\sin^2 3x$ là

A. 2π. **B.** 3π. **C.** -3π. **D.** -2π.

Câu 15 Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin 6x+2=2\cos 4x$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 16 Phương trình $4\cos x\cos 2x\sin 3x=\sin 2x$ có các nghiệm là

A. $x=k\frac{\pi}{5}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\frac{\pi}{5};x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 17 Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos 9x-2\cos 6x=2$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** 0. **C.** $\frac{7\pi}{18}$. **D.** $\frac{8\pi}{9}$.

Chúc các em học tập và ôn thi hiệu quả!

Thầy giáo Lê Xuân Nam